

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο $\mathbb{R}$, να αποδείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Μονάδες 7

- A2.** Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 4

- A3.** Αν ομαδοποιήσουμε τις παρατηρήσεις μιας μεταβλητής σε κλάσεις, τι ονομάζουμε πλάτος μιας κλάσης;

Μονάδες 4

- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α)** Αν $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε ισχύει

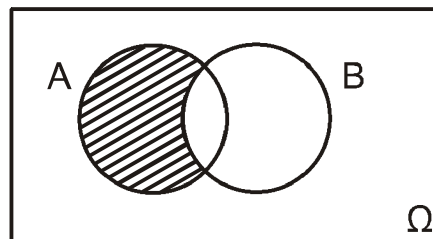
$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

- β)** Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$, με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$.

- γ)** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

- δ)** Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ότι $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

- ε)** Το γραμμωσκιωμένο χωρίο στο διπλανό σχήμα αντιστοιχεί στο ενδεχόμενο $B - A$.



Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές x_i και οι αντίστοιχες συχνότητες v_i που προέκυψαν από παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X .

x_i	v_i
1	2
3	3
5	4
9	1

B1. Για τις παρατηρήσεις αυτές να υπολογιστούν:

- α.** η μέση τιμή $\bar{x}$ (μονάδες 6)
- β.** η διάμεσος δ (μονάδες 5)
- γ.** η διακύμανση s^2 . (μονάδες 7)

Μονάδες 18

B2. Να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(2, f(2))$.

Μονάδες 7

Γ3. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η ευθεία (ϵ) του ερωτήματος **Γ2** τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 4

Γ4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Ένα κουτί έχει τρεις μπάλες, μία άσπρη, μία μαύρη και μία κόκκινη. Κάνουμε το εξής πείραμα: παίρνουμε από το κουτί μια μπάλα, καταγράφουμε το χρώμα της και την ξαναβάζουμε στο κουτί. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία άλλη μια φορά.

- Δ1.** Να κατασκευάσετε το δένδροδιάγραμμα που περιγράφει το παραπάνω πείραμα (μονάδες 3) και να γράψετε τον δειγματικό χώρο Ω του πειράματος. (μονάδες 2)

Μονάδες 5

- Δ2.** Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

A: «η δεύτερη μπάλα που θα εξαχθεί να είναι μαύρη»

B: «να εξαχθούν δυο μπάλες διαφορετικού χρώματος».

Μονάδες 6

- Δ3.** Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος Ω του προηγούμενου πειράματος αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και A, B είναι τα ενδεχόμενα του ερωτήματος Δ2.

- α.** Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

$A', A \cap B, A - B, B - A$. (μονάδες 8)

- β.** Αν Γ είναι ένα ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου Ω , το οποίο είναι ασυμβίβαστο τόσο με το ενδεχόμενο A όσο και με το ενδεχόμενο B, να υπολογίσετε ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η πιθανότητα $P(\Gamma)$. (μονάδες 6)

Μονάδες 14